2010 年度後期　情報統計学　第５回演習の解答例

1. 講義で説明した知識を使って答えるには，このくじびきが「理想的な」くじびき，すなわちベルヌーイ試行と仮定できる必要があります．

   「５本のくじの中の当たりの数」を確率変数 X とすると，X は「1 回あたり確率 0.05 で成功するベルヌーイ試行を 5 回行うときの成功回数」ですから，２項分布 $B(5, 0.05)$ にしたがいます．ですから，「5 回中 x 回成功する確率」$P(X = x)$ は

   $$P(X = x) = {}_5C_x (0.05)^x (0.95)^{1-x} \tag{A1}$$

   となります．問題で求められている確率は $P(X \geq 2)$ ですから，

   $$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X \leq 1) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1)\} \\ &= 1 - \{0.774 + 0.204\} = 0.022 \end{aligned} \tag{A2}$$

   となります．

2. 「1 分間の着信の回数」を確率変数 X とすると，X はポアソン分布にしたがうと考えられます．「1 分間の着信の回数の期待値」は 3 回なので，「1 分間に x 回着信がある確率」$P(X = x)$ は，$\lambda = 3$ として

   $$P(X = x) = \frac{e^{-3} \times 3^x}{x!} \tag{A3}$$

   となります．問題で求められている確率は $P(X \geq 5)$ ですから，

   $$\begin{aligned} P(X \geq 5) &= 1 - P(X \leq 4) \\ &= 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)\} \\ &= 1 - e^{-3} \times \left\{ \frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} \right\} \\ &= 1 - 0.815 = 0.185 \end{aligned} \tag{A4}$$

   となります．

3. 台風が来る／来ないはベルヌーイ試行になっているので，「今後 X 年めに台風が来る」とするとき X は幾何分布にしたがいます．その頻度関数 $P(X = x)$ は，1 年あたりに台風が来る確率 $p = 0.04$ ですから，

   $$P(X = x) = 0.04 \times (0.96)^{x-1} \tag{A5}$$

   となります．よって期待値 $E(X) = 1/0.04 = 25$，標準偏差 $D(X) = \sqrt{0.96/(0.04^2)} = 24.5$（年）となります[1]．また，10 年以内に災害が起こる確率は $P(X \geq 10)$ で，本文の式 (7) より

   $$P(X = x) = 0.04 \times (0.96)^{x-1} \tag{A6}$$

   となります．

   「25 年に 1 度の大災害」がやってくるまでの年数の期待値は 25 年ですが，標準偏差が 24.5 年もあるので，「つぎの災害が来るまでの年数の期待値 25 年」だからといって「災害が 25 年後にしか来ない」わけではなく，来年やってきてもおかしくありません．また，10 年以内に災害が起こる確率が 30% 以上もあるので，「災いは忘れたころにやって来る」というのは統計学的にはあまり正しくない，ということになります．

[1] 確率変数 X の期待値を $E(X)$，分散を $V(X)$ と書くように，標準偏差（$\sqrt{V(X)}$）を $D(X)$ と書くことがあります．