## 2010 年度後期　情報統計学　第８回演習の解答例

(1) 成功する確率 $p$，失敗する確率 $1-p$ ですから，$p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}$ と表されます．

(2) $i$ 回目の試行で結果が $x_i$ である確率が (1) で表され，各々の試行は独立なので，求める確率を $L(p)$ とすると

$$L(p) = \prod_{i=1}^{n} p^{x_i}(1-p)^{1-x_i} \tag{A1}$$

となります．

(3) $p \neq 0, p \neq 1$ より

$$\log L(p) = \sum_{i=1}^{n}(x_i \log p + (1-x_i)\log(1-p)) \tag{A2}$$

となるので，

$$\frac{d}{dp}\log L(p) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - p}{p(1-p)}\right) \tag{A3}$$

となります．これを 0 とする $p$ の値を $\hat{p}$ とすると，

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{p}) = 0 \tag{A4}$$

となり，

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{A5}$$

が得られます．

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ とは，つまるところ，$n$ 回の試行中の成功回数です．したがって，$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ は「成功の割合」で，成功確率の推定量としては，ごく自然なものといえます．

（注）(2) 以下は次のようにしてもかまいません．

(2)（続き）$y = \sum_{i=1}^{n} x_i$ とおくと，

$$L(p) = p^{y}(1-p)^{n-y} \tag{A6}$$

となります．(3) もほぼ同様です．