2010 年度後期　情報統計学　第１３回演習の解答例

1. $f_X(x), f_Y(y)$ をそれぞれ X, Y の周辺確率密度関数，$f_{XY}(x, y)$ を X, Y の同時確率密度関数とすると，X, Y は独立ですから，$f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$．よって

$$\begin{aligned} E(XY) &= \iint_{x,y} xy f_{XY}(x, y) dxdy \\ &= \iint_{x,y} xy f_X(x) f_Y(y) dxdy \\ &= \int_x x f_X(x) dx \int_y y f_Y(y) dy \\ &= \int_x x f_X(x) dx \int_y y f_Y(y) dy \\ &= E(X)E(Y). \end{aligned}$$

なお，$\iint_{x,y}$ は x, y の両方について $-\infty$ から ∞ まで積分すること，$\int_x$（$\int_y$）は x（y）について $-\infty$ から ∞ まで積分することを意味します．

2. 以下のとおりです．

$$\begin{aligned} M_{X+Y}(t) = E[e^{t(X+Y)}] = E[e^{tX} e^{tY}] &= \iint_{x,y} e^{tx} e^{ty} f_{XY}(x, y) dxdy \\ &= \iint_{x,y} e^{tx} e^{ty} f_X(x) f_Y(y) dxdy \\ &= \int_x e^{tx} f_X(x) dx \int_y e^{ty} f_Y(y) dy \\ &= E[e^{tX}]E[e^{tY}] = M_X(t)M_Y(t). \end{aligned}$$