2011年度前期　推測統計学への招待　第１１回

生命表と保険

自分があとどれだけ生きられるかはわからない．
だが，保険会社にとっては，人は平均余命の長さだけ生きる．

今回は，人間の生き死にを取り扱う統計学のお話です．自分があと何年生きられるかは，誰にもわかりません．しかし，個人個人についてはあと何年生きるかはわからなくても，集団をみれば「現在ある年齢の人たちは，平均してあと何年生きるか」という「期待値」を考えることはできます．この「人々の人生の確率分布」をまとめたものが，今日取り扱う「生命表」です．今日の講義では，生命表と深い関係にある「保険」の仕組みについて，「リスクと期待値を交換する」という観点から説明します．

生命表とは

生命表は，現在の各年齢での死亡率が今後も永遠に変化しないと仮定したときに，今年生まれた一定数の人のうち，各年齢で生き残っている人数の期待値を表現したものです．生命表から，各年齢について「各年齢の人が生きられる年数の期待値」を求めることができます．

生命表には，５年に１度の国勢調査のデータをもとに作成され，５年に１度発表される「完全生命表」と，それ以外の毎年の人口の推計値を用いて毎年作成される「簡易生命表」があります．今回の講義で用いているのは，平成１７年の国勢調査と人口動態統計月報年計（概数）にもとづいて作られ，2010年７月に発表された，平成２１年簡易生命表です．生命表は厚生労働省から発表され，この表を利用しているものは，年金制度・福祉事業の立案や生命保険料率の決定など多岐にわたります．生命表をはじめとする厚生労働省の統計資料は，厚生労働省統計調査結果のウェブサイト（http://www.mhlw.go.jp/toukei/）で見ることができます[1]．

生命表を作るには，まず現状において各年齢の人口と死亡数を統計調査によって求め，各年齢の（死亡数÷人口）を各年齢で死亡する確率とします．そして，今年ある人数（通例10万人とします）が出生し，これが年が経つにつれ，さきほど求められた現状の各年齢の死亡確率にしたがって毎年死亡して減少していくと仮定します．つまり，現状の各年齢の死亡確率は未来永劫変わらない，と考えます．

今年生まれた0歳児10万人は，みな等しく上で求めた確率（平成21年生命表・男の場合，0.00262）で，独立に死亡する可能性があるとします．つまり，

ある0歳児が1年後も生存している確率	$1 - 0.00262$
ある0歳児が1年後には死亡している確率	0.00262

です．こういう人が10万人いて，生死の可能性はそれぞれの人について独立ですから，各個人の生死はベルヌーイ試行です．よって，２項分布の期待値より，「10万人のうち，１年後に生きている人の数」の期待値は $100000 \times (1 - 0.00262) = 99738$（人）となります．この99738人の人たちが次の１年間を生きるとすると，同じ計算で，出生から２年後に生き残っている人数の期待値が求められます．以後，生き残っている人数の期待値は毎年小さくなっていきます．

[1] 講義のウェブサイトの「統計データ・ツールへのリンク」からリンクしています．

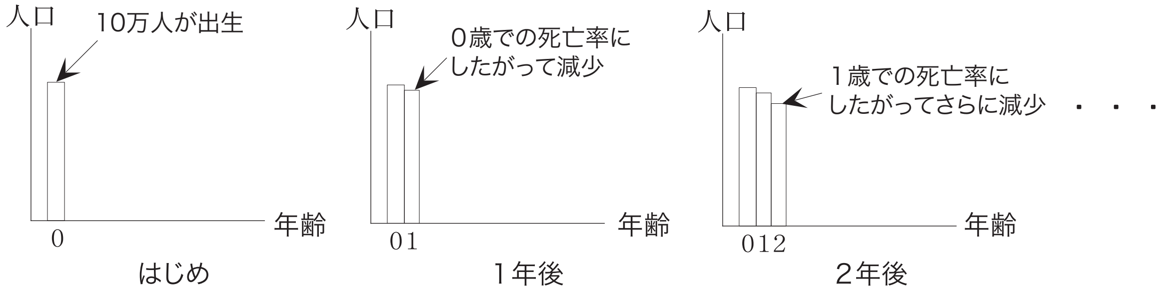

図 1: 生命表の作り方

この過程を 100 年分程度計算すると，図 1 のように，各年齢まで生き残っている人数の期待値を並べた人口構成が得られます．これが生命表です．ここでいう人口構成とは，現在の現実の各年齢の人口とは関係なく，各年齢まで生き残っている人数の期待値を並べた，仮想的な人口構成であることに注意してください．以下，生命表に出てくる各用語を説明します．

x 歳での死亡率（q_x） ちょうど x 歳に達した人が，$x+1$ 歳に達しないで死亡する確率．統計調査によって得られる，各年齢の人口と死亡者数から計算されます．

x 歳における生存数（l_x） 生命表上の人口構成での x 歳の人口．さきに述べたとおり，毎年 10 万人の人が生まれ，その人々が各年齢で上の死亡率にしたがって死亡して減少していくと考えたとき，「10 万人出生した人のうち x 歳に達した時点で生き残っている人数」の期待値です．

x 歳における死亡数（d_x） 生命表上の人口構成での x 歳の人口 l_x 人のうち $x+1$ 歳に達しないで死亡する人数．上の l_x 人のうち，$x+1$ 歳に達しないで死亡する人数の期待値です．

x 歳以上の定常人口総数（T_x） 生命表上の人口構成において，x 歳以上の人数をすべて合計したもの．図 2 左のグラフでグレーの部分の面積に相当します．この面積は，図 2 右のように，x 歳での生存者 l_x 人について，これらの各々が x 歳以後死亡するまでの間に生存する年数の和とも考えることができます．

x 歳における平均余命（$\mathring{e}_x$） x 歳の人口 l_x 人について，x 歳以後に生存する年数の平均．すなわち，x 歳の人があと生きられる年数の期待値です．x 歳における平均余命は $\mathring{e}_x = T_x/l_x$ で表されます．また，0 歳における平均余命 $\mathring{e}_0$ を**平均寿命**といいます．

寿命中位数 生命表上の人口構成において，出生者のうちちょうど半数が生存し，半数が死亡する年数．寿命中位数を α とすると，$l_\alpha = l_0/2$ の関係があります．

保険ーリスクと期待値の交換

まず，損害保険の仕組みを考えてみましょう．損害保険は，加入者から少しずつ保険料を集めて，契約期間中に事故に遭った加入者には，保険料に比べてはるかに多額の保険金を支払います．一方，契約期間中事故に遭わず無事に過ごした人は，保険料を捨てることになります．

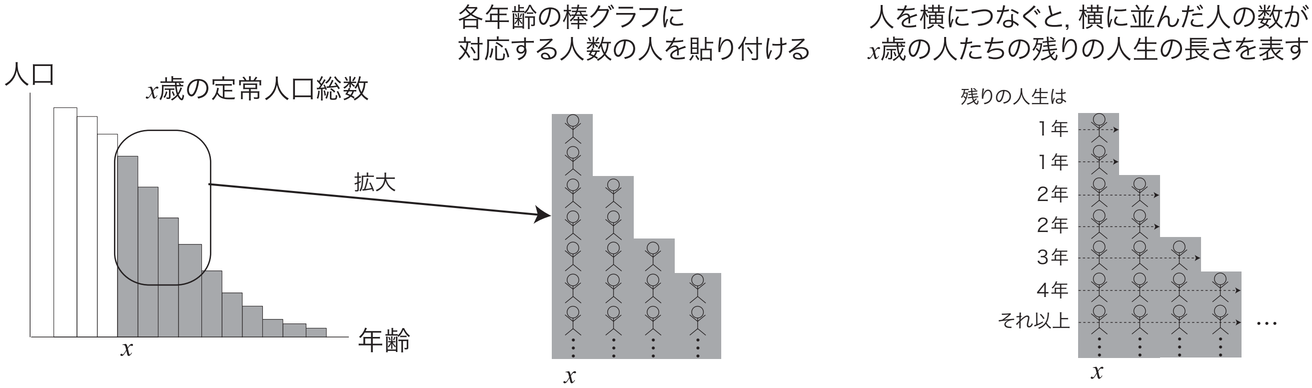

図 2: x 歳の定常人口総数 ＝ x 歳の人々の「残りの人生」の合計

加入者が事故にあうかどうかは偶然に左右されますから，ある期間内（例えば 1 年間）に支払わなければならない保険金額も偶然に左右されます．にもかかわらず，保険会社は，常にほぼ一定額の保険料を受け取って経営を続けています．どうしてそういうことができるのでしょうか？

仮に，ある保険会社に保険加入者がひとりしかいないとしましょう．ひとりの保険加入者が事故にあうかどうかは偶然に左右されますから，そのひとりに 1 年間に支払わなければならない保険金の額は確率変数です．ふつう事故にあう確率は小さいですから，保険金額の期待値はそれほど大きくありません．例えば，加入者に 1 年間に事故に遭う確率が 1%であるとし，事故に遭ったときには 100 万円支払う契約だとすると，1 年間に加入者 1 人あたりに保険会社が支払う保険金の期待値は 1 万円です．しかし，だからといって保険料を期待値の 1 万円しか受け取っていなかったら，事故のときに 100 万円の保険金を支払うことができません．ひとりの加入者については，期待値は現実のものではないのです．

ところが，保険加入者が 10 万人いて，それぞれが独立に 1%の確率で事故に遭うとしましょう．そうすると，10 万人の加入者全員が同時に事故に遭うなどという事態はまず起こりえず，たいてい 10 万人の 1%の 1000 人程度が事故に遭う，ということが経験的にわかります．このとき，事故に遭った 1000 人に 100 万円ずつ保険金を支払うとすると合計は 10 億円ですから，10 万人の加入者一人当たりにすると 1 万円となります．つまり，「1 年間の加入者 1 人あたりの保険金額」はいつもだいたいその期待値程度になり，期待値が現実のものになるのです．

このことを統計学的にいうと，加入者が多くなるほど，「1 年間の加入者 1 人あたりの保険金額」が期待値から大きくはずれる確率がゼロに近づく，ということができます．これを**大数の法則**といいます．つまり，たくさんの加入者が独立に事故にあうのならば，保険金額の期待値（＋保険会社経営のための費用＋保険会社の利益）程度の保険料を各加入者から受け取っておけば，事故の時に保険金を支払うことができるというわけです．

このように，各個人にとって「小さな確率 (1%) で起きる大きな損害 (100 万円) のリスク」を，独立な個人がたくさん保険に加入することによって「期待値程度の保険料 (100 万円× 1% ＝ 1 万円) の確実な支払い」と交換できる，というのが保険の仕組みです．ですから，「自分は事故にあわないから保険料は払いたくない」といっては，保険は成り立ちません．自分の払った保険料が他人の保険金に使われるのを承知するかわりに，万一の大損害を補償してもらえるわけです．ただ，保険金の期待値の大きい人のグループと小さい人のグループに分けて，保険料に差をつける，ということは行なわれています．例えば，「年間の走行距離の少ない人は保険料が安い自動車損害保険」などの「リスク細分型保険」は，事

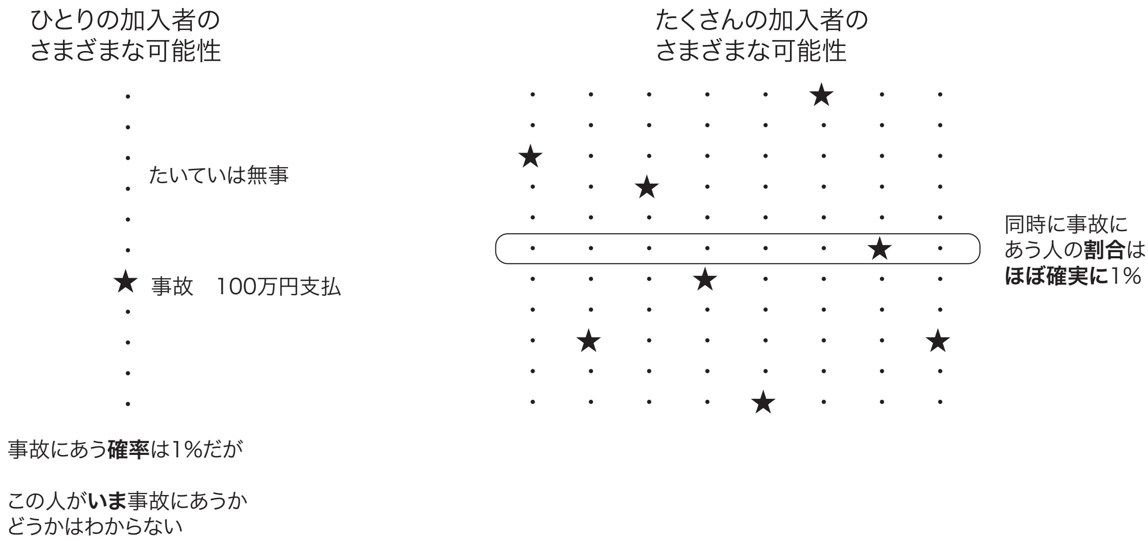

図 3: 「1%」の２つの意味あい

故の危険が大きい，つまり保険金の期待値が高い人から高い保険料をとるかわりに，期待値の低い人からの保険料を安くする方法です．

一方，生命保険会社は，加入者から掛け金を受け取り，加入者が死亡したとき保険金を支払います．しかし，それぞれの加入者がいつ死亡するかはわかりませんから，多額の保険金を突然支払うことになります．しかし，保険加入者がたくさんいてそれぞれが独立に死亡するならば，大数の法則にしたがって，つねにほぼ期待値通りの数の人が死亡すると考えられます．ですから，将来支払わなければならない保険金の期待値を推定すれば，それをもとに保険料率を決めて保険商品を企画することができます．この推定には先に述べた生命表が使われます．

ところで，事故にあったり，死亡したりすることが「独立でない」場合はどうなるでしょうか？ 一番わかりやすい例が，地震災害の場合です．地震のときは，その地域の保険加入者が同時に事故にあったり，死亡したりするわけです．したがって，上の「それぞれの加入者が独立に事故にあう」「それぞれの加入者が独立に死亡する」という前提が成り立たず，大数の法則が成り立ちません．この場合，その地域の加入者全員が同時に保険金を請求するわけですから，各加入者の保険金額の期待値程度の保険料を受け取っていては保険金が支払えず，保険会社は破産してしまいます．

```
  ∧ ∧
≡ ・ ・≡
 (   )〜
```
そういえば，米国のテロ事件に関連した保険金の支払いのために破綻した保険会社がありましたね？ まあ，百階建てのビルが２つ１度に全壊するなんて誰も想像しなかっただろうし...

そうやね．つまり，保険は「誰でも遭う可能性のある危険」に対する助けにはなるけど，「予想外の事態」には弱い，ていうことやな．
```
  ∧◆∧
三 o- o 三
 (    )〜
```

生命表の年次推移

資料表２は，平均寿命の戦後の推移を示したものです．これを見ると，平均寿命は戦後ほぼ一貫して伸びており，また男女差がだんだん大きくなっていることがわかります．しかし，平均寿命が長くなったということは，即長生きできるようになった，老人が増えたということではありません．

生命表は，「現在の死亡状況がこれからもかわらない」と仮定したときの推測結果ですから，生命表が表しているのは，「現在の死亡状況がこれからもかわらないとしたときの，今生まれた人たちの数十年後の姿」です．現在いる老人は，別の死亡状況を過去に経験しているわけですから，現在の老人の状況は，直接平均寿命と関係しているわけではなく，各年齢の死亡率を，現在の老人の状況から求めているだけです．また，平均寿命は「今０歳の人がこれから生きる年数の期待値」ですから，皆が期待値程度まで生きるとは限りません．分散が小さければそうですが，分散が大きければ，ちょうど期待値ぐらい生きて死亡する人はそれほど多くありません．

資料表３・図２は，これまでの生命表について 40，65，75，90 歳まで生きる者の割合（概ね，生きられる確率と同じ）を表したものです．昔は 40 歳までも生きられない人が多数いて，期待値から遠いデータが多い，すなわち分散が大きかったことがわかります．近年は，40 歳位まではほぼ全員生きられるようになり，分散が小さくなった，すなわち，かなりの人は平均寿命程度生きられるようになったことを示しています．なお，生命表では現在の死亡確率が永遠に変わらないと考えているので，現在の突発的な死亡率の変化が平均寿命に影響します．平成７年の生命表では，阪神・淡路大震災の影響を入れたものと入れないものの２種類の生命表が作られました．

今日の演習

1. 講義で使った生命表について，次の問に答えてください．
   (a) 寿命中位数を「x 歳と $x+1$ 歳の間」の形で答えてください．
   (b) 0 歳の人が，100 歳以上生きる確率はいくらですか．
   (c) 60 歳まで生きた人が 100 歳以上生きる確率はいくらですか．

   ＊男子学生は男性の生命表を，女子学生は女性の生命表を使って答えてください．

2. ある生物の生命表は，表１のとおりであるとします．
   (a) この生物の３歳での死亡率はいくらですか．
   (b) 平均寿命はいくらですか．
   ただし，「x 歳での死亡者は全員 $x+1$ 歳になる寸前まで生きた」と考えます．

年齢	生存数
0	100000
1	90000
2	85000
3	80000
4	40000
5	20000
6	10000
7	0

表 1: ある生物の生命表