

2016年度秋学期 応用数学（解析） 第1回
 イントロダクション—
 ちょっとカッコいい数学を

浅野 晃
 関西大学総合情報学部



数学を学ぶこと

数学を学ぶこととは

「問題を解くこと」ではありません

試験では問題を解いてはもらいますが…

大事なのは「わかる」こと。
 数学の考え方や思想を理解しましょう。

数学の特徴は

抽象化・一般化

微分や積分は、量の変化を調べる。

- 乗り物の速度
- 放射性元素の崩壊
- 気候の変化

何にでも使えます

「無限」の理解

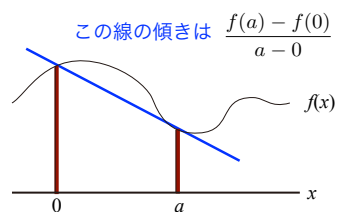
無限と数学

微分・積分は「無限」でできている

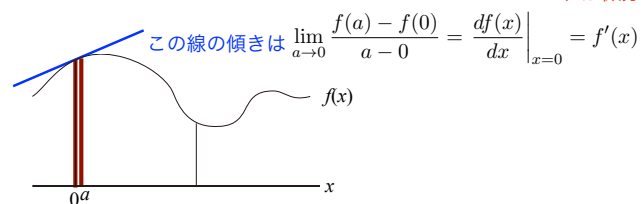
微分は「無限に短い時間での変化」
積分は「図形を無限に細かく分けて面積を求める」

2016

微分とは



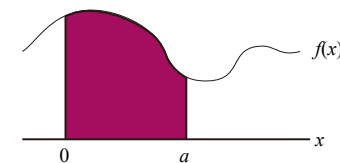
$a \rightarrow 0$
幅を無限に狭く



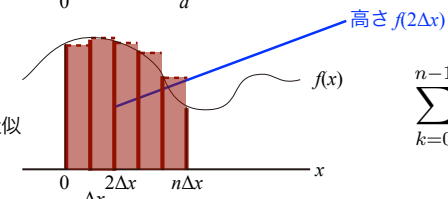
2016

積分とは

この面積を
求めたい



幅が Δx の
長方形で近似



$$\sum_{k=0}^{n-1} f(k\Delta x) \Delta x$$

$\Delta x \rightarrow 0$
区切りを無限に細かく

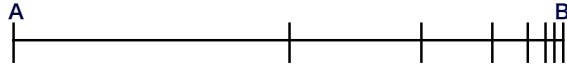
$$\int_0^a f(x) dx \quad \text{これが積分}$$

2016

無限とは、「多い」だけではない

ゼノンのパラドックス

A地点からB地点に行くには、



無限個の2分点を通らなければならないから、
永遠にたどり着かない？

数学が、これをどうやって克服してきたかをお話します。

基本的な微分方程式

微分方程式とは

ふつうの方程式は、解は「数」

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

微分方程式は、解が「関数」で、
その微分が含まれる方程式

x が t の関数 (つまり $x(t)$) のとき、

$$x' = x$$

関数は「量の変化」

$$x'' - 5x' + 6x = 0$$

微分方程式は「変化の条件」

微分方程式を解くと、「どう変化するか」がわかる

基本的な微分方程式

微分方程式は、
特定のパターンのものしか解けない

基本的なパターンを
いくつか紹介します。

微分方程式に関する話題

微分方程式の応用例

放射性原子核の崩壊

原子が崩壊して、数が半分になるまでの時間（半減期）は、いつの時点でも同じ

振動と共鳴

振動は、運動と反対方向に復元力が働いて起きる

強制力を加えると、振動が無限に大きくなることある（共鳴）

2016

複素関数論の基礎

複素関数とは

複素数とは

$x^2 = -1$ の解は？ $i = \sqrt{-1}$ として $\pm i$

複素関数とは

複素数の関数で、値も複素数

これを使うと、

- 三角関数を指数関数で表せる
- 実関数で解けない積分が解ける

2016

測度論の基礎

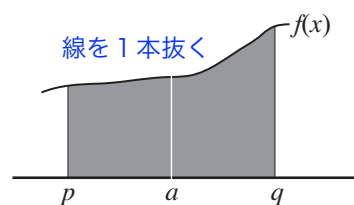
測度論とは

長さ・面積・体積・質量など、
いろいろな測り方があるけれど
これらを一般的に「測度」という

「測る」とは何か？
測ることのできる集合とは何か？

2016

積分に対する疑問



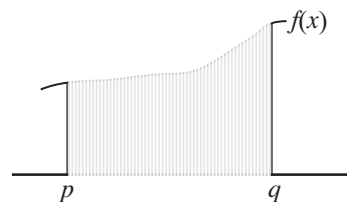
この面積は

$$\int_p^q f(x)dx \text{ から}$$

$$\int_a^a f(x)dx \text{ を抜いたもの}$$

幅が0のとき、積分は0だから

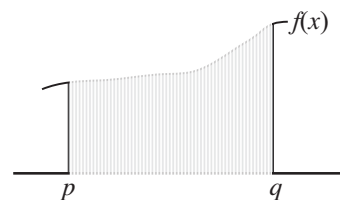
面積は変わらない



全ての有理数の位置の線を
全部抜いても
本当に面積は変わらないか？

2016

結論だけいえば



全ての有理数の位置の線を
全部抜いても
本当に面積は変わらないか？

変わらない。

「有理数全体の集合」の測度は0



「アルデンテ」のとき
芯は存在するが、測度は0(?)

2016

今日のまとめ

ちょっと、カッコいい数学を。