

2016年度秋学期 画像情報処理 第10回 画像の集合演算とオープニング

浅野 晃
関西大学総合情報学部

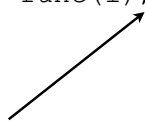


マセマティカル・モルフォロジとは

画像には、「構造」がある
構造によって説明ができる

```
func(1);
func(2);
...
func(9);
for(i = 1; i < 10; i++){
    func(i);
}
```

これが「構造」



マセマティカル・モルフォロジとは

画像に対する操作を、基本的な集合演算で表し、
定量的な画像の操作を構成する

École des Mine de Parisで研究が始められた
(鉱物の分類が起源)

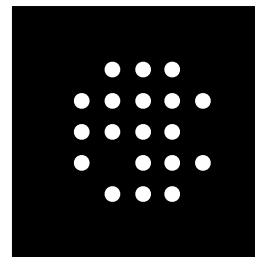
International Symposium on
Mathematical Morphology:
40 years onが開催



モルフォロジの演算のしかた

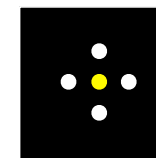
モルフォロジの演算のしかた

画像 = 図形 X



(○ = 画素)

構造要素 B
(structuring element)



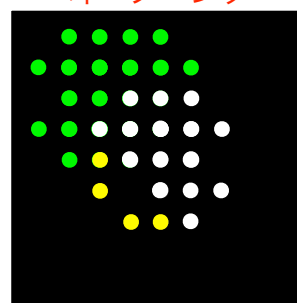
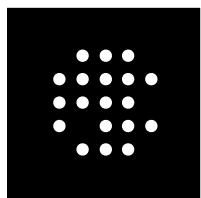
(● = 原点)

画像を
構造要素で
操作する

もっとも基本的な演算：オープニング

オープニング

原図形



構造要素が図形上を
移動し、

構造要素が
図形に完全に含まれたら

その位置での
構造要素全体を保存

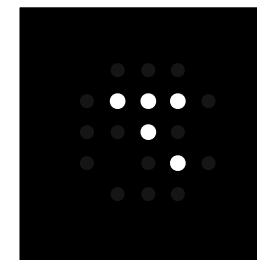
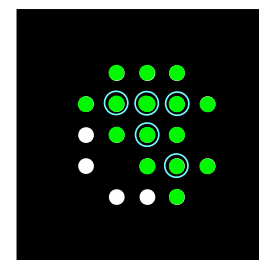
$$X_B = \{B_z \mid B_z \subseteq X, z \in \mathbb{Z}^2\}$$

原図形のうち
構造要素が入りきらない
部分を取り除く
(構造要素のサイズに
もとづく定量的操作)

移動してきた
構造要素の位置にある
画素間でのAND/OR演算
によるerosion/dilationで
表現可能

さらに分解すると：erosion

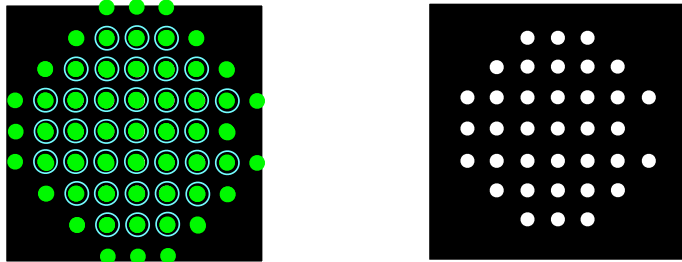
構造要素が図形上を移動し、
構造要素が図形に完全に含まれたら、
構造要素の原点の位置に●を置く (AND演算)



$$X \ominus \check{B} = \{x \mid B_x \subseteq X\}$$

さらに分解すると : dilation

構造要素が図形上を移動し、
構造要素が図形と一部でも重なったら、
構造要素の原点の位置に●を置く (OR演算)



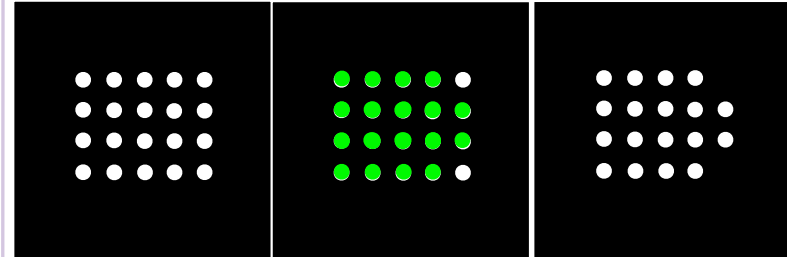
$$X \oplus \check{B} = \{x | B_x \cap X \neq \emptyset\}$$

2016年度秋学期 画像情報処理

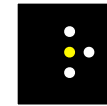
オープニングをerosion/dilationで

原図形

opening



構造要素



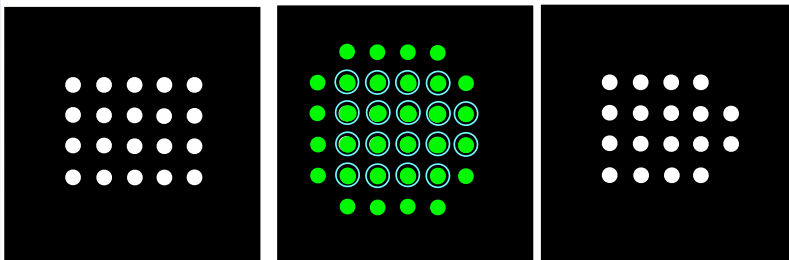
2016年度秋学期 画像情報処理

Opening = erosion + 構造要素を反転してdilation

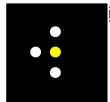
原図形

反転したdilation

opening



構造要素を反



転

$$X_B = (X \ominus \check{B}) \oplus B$$

\check{B} はBの反転を表す

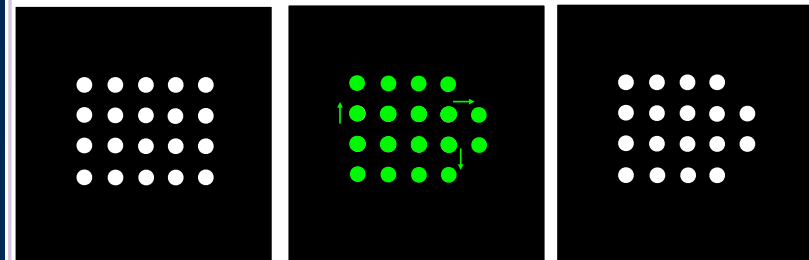
2016年度秋学期 画像情報処理

Opening = erosion + Minkowski和

原図形

Minkowski和

opening



構造要素



構造要素ではなく、
図形のほうを動かす

Minkowski和

$$X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b$$

2016年度秋学期 画像情報処理

グレースケール画像の場合

輝度 多値図形
明 ↑
暗 ↓
画素の位置

構造要素 (多値)
原点

構造要素の各画素へのベクトルに沿って構造要素の値を足して図形を動かして重ね合わせる

画素毎の最大値
Minkowski和
反転すると dilation

画素毎の最小値
Minkowski差
反転すると erosion

A.Asano, Kansai Univ. 2016年度秋学期 画像情報処理

数式でどうやって表すか？

A.Asano, Kansai Univ.

オープニング

図形 X の構造要素 B によるオープニング

$$X_B = \{B_z \mid B_z \subseteq X, z \in \mathbb{Z}^2\}$$

2次元座標平面的格子点

B を z だけ移動
 $B_z = \{b + z \mid b \in B\}$

B が X の内部を移動するときの B 自身の軌跡

これが $X_B = (X \ominus \check{B}) \oplus B$ であることを示す
?????

A.Asano, Kansai Univ. 2016年度秋学期 画像情報処理

オープニングの分解：Minkowski集合差

Minkowski集合差 $X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_b$ は Minkowski差は X が移動

$X \ominus B = \{x \mid x - b \in X, \forall b \in B\}$ と書ける。なぜなら

B の形にそって

$x \in X_b$ と同値

もし、この x が $x - b \in X$ であるならば $x \in X_b$ となるから

どんな b に対しても X_b に含まれる x の集まり

つまり $\bigcap_{b \in B} X_b$

A.Asano, Kansai Univ. 2016年度秋学期 画像情報処理

オープニングの分解：反転と集合差

Minkowski集合差 $X \ominus B = \{x | x - b \in X, \forall b \in B\}$
 を B の反転 $\check{B} = \{-b | b \in B\}$ を使って表すと,

$$X \ominus B = \{x | x - b \in X, \forall b \in B\}$$

$$X \ominus B = \{x | x + (-b) \in X, \forall (-b) \in \check{B}\}$$

$$X \ominus B = \{x | \check{B}_x \subseteq X\}$$

\check{B} が X の内部を動くときの、 \check{B} の原点の軌跡

オープニングの分解：集合和

Minkowski集合和は

$$X \oplus B = \{x + b | x \in X, \forall b \in B\}$$

すなわち

$$X \oplus B = \{b + x | b \in B, x \in X\}$$

B のコピーを X を構成する各画素にくまなく貼付ける

以上から、オープニングは

$$X \ominus B = \{x | \check{B}_x \subseteq X\}$$

\check{B} が X の内部を動くときの、 \check{B} の原点の軌跡

$$X \ominus (\check{B}) = \{x | B_x \subseteq X\}$$

B が X の内部を動くときの B の原点の軌跡 = erosion

以上から、オープニング $X_B = \{B_z | B_z \subseteq X, z \in \mathbb{Z}^2\}$ は

$$X_B = (X \ominus \check{B}) \oplus B$$

B が X の内部を動く ときの B の原点
 その原点に B を 貼り付ける