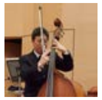
A. Asano, Kansai Univ.

2018年度秋学期　応用数学（解析）　第1回

イントロダクションー
ちょっとかっこいい数学を

浅野　晃
関西大学総合情報学部



A. Asano, Kansai Univ.

数学を学ぶこと🤔

A. Asano, Kansai Univ.

数学を学ぶこととは

「問題を解くこと」ではありません

試験では問題を解いてはもらいますが…

大事なのは「わかる💡」こと。
数学の考え方や思想を理解しましょう。

A. Asano, Kansai Univ.

数学の特徴は

抽象化・一般化

微分や積分は，量の変化を調べる。

- 乗り物の速度🚄
- 放射性元素の崩壊☢
- 気候の変化🌤

何にでも使えます

「無限」の理解🤔

A. Asano, Kansai Univ.

無限と数学

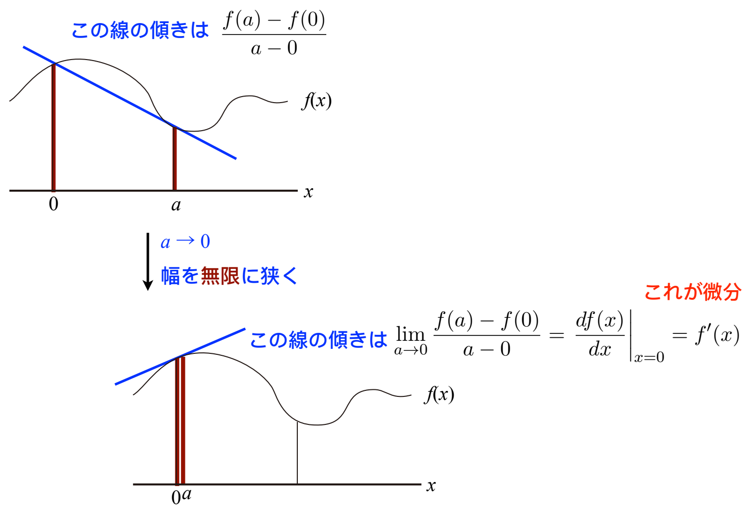
微分・積分は「無限」でできている

微分は「無限に短い時間での変化」

積分は「図形を無限に細かく分けて
面積を求める」

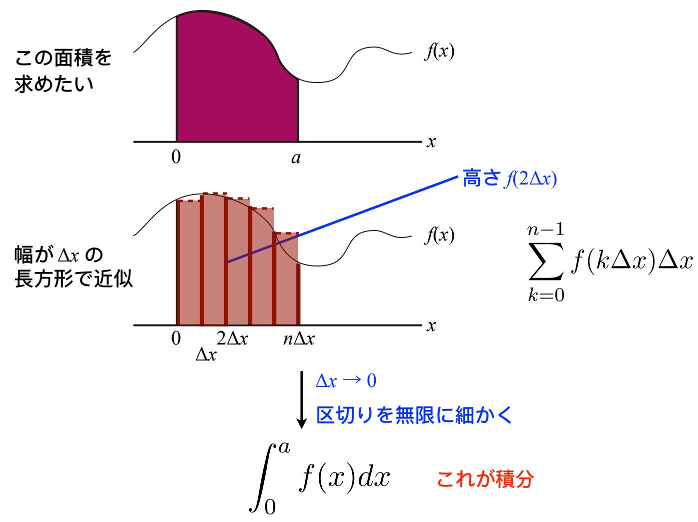
A. Asano, Kansai Univ.

微分とは



A. Asano, Kansai Univ.

積分とは

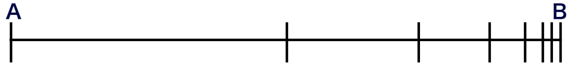


A. Asano, Kansai Univ.

無限とは，「多い」だけではない

ゼノンのパラドックス

A地点からB地点に行くには，



無限個の２分点を通らなければならないから，
永遠にたどり着かない？

数学が，これをどうやって克服してきたかをお話しします。

（２分点は無限にあるが，
2分点間の距離の合計は「収束」する）

基本的な微分方程式🤔

微分方程式とは

ふつうの方程式は，解は「数」

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

微分方程式は，解が「関数」で，
その微分が含まれる方程式

x が t の関数（つまり$x(t)$）のとき，

$x' = x$	関数は「量の変化」
$x'' - 5x' + 6x = 0$	微分方程式は「変化の条件」

微分方程式を解くと，「どう変化するか📈」がわかる

基本的な微分方程式

微分方程式は，
特定のパターンのものしか解けない😵

基本的なパターンを
いくつか紹介します。

A. Asano, Kansai Univ.

微分方程式に関する話題🤔

A. Asano, Kansai Univ.

微分方程式の応用例

放射性原子核の崩壊☢️

原子が崩壊して，数が半分になるまでの時間（半減期）は，いつの時点でも同じ

振動と共鳴🔈

振動は，運動と反対方向に復元力が働いて起きる

強制力を加えると，振動が無限に大きくなることがある（共鳴）

A. Asano, Kansai Univ.

「その先の解析学」への導入🤔

A. Asano, Kansai Univ.

複素関数とは

複素数とは

$x^2 = -1$ の解は？　$i = \sqrt{-1}$ として $\pm i$

複素関数とは

複素数の関数で，値も複素数

これを使うと，

- 三角関数を指数関数で表せる
- 実関数で解けない積分が解ける

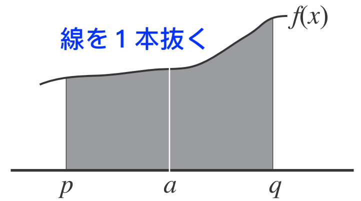
測度論とは

長さ・面積・体積・質量など，
いろいろな測り方があるけれど
これらを一般的に「測度」という

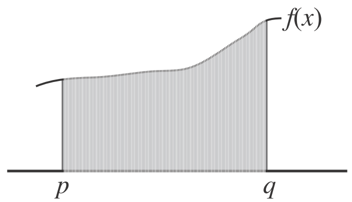
「測る」とは何か？
測ることのできる集合とは何か？

A. Asano, Kansai Univ.

積分に対する疑問



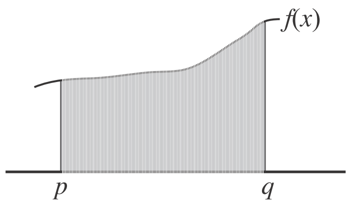
この面積は
$\int_p^q f(x)dx$ から
$\int_a^a f(x)dx$ を抜いたもの
幅が0のとき，積分は0だから
面積は変わらない



全ての有理数の位置の線を
全部抜いても
本当に面積は変わらないか？

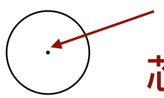
A. Asano, Kansai Univ.

結論だけいえば



全ての有理数の位置の線を
全部抜いても
本当に面積は変わらないか？

変わらない😲
「有理数全体の集合」の測度は0



「アルデンテ」のとき🍝
芯は「存在する」が，測度は0

A. Asano, Kansai Univ.

今日のまとめ

ちょっと，かっこいい数学を。

A. Asano, Kansai Univ.